

ریاضی و آمار (۳)

درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. (۷۵/۰ نمره)

الف) رسم نمودارها در گام سوم چرخه آمار انجام می‌شود. (درست - نادرست)

ب) اگر $a = 9!$ و $b = 8!$ باشد، آن وقت $a = 9b$. (درست - نادرست)

پ) نمودار هر دنباله از چند خط تشکیل شده که به هم متصل‌اند. (درست - نادرست)

راهنمای تصحیح

الف) نادرست (۷۵/۰ صفت ۳۰)

ب) درست (۷۵/۰ صفت ۵)

پ) نادرست (۷۵/۰ صفت ۵۵)

درس Box

۱- گام‌های چرخه آمار در حل مسائل به صورت زیر است:

شماره گام	اسم گام	کارهایی که در آن گام انجام می‌شود.
۱	بیان مسئله	(۱) فهم مسئله (۲) تعریف دقیق مسئله
۲	طرح و برنامه‌ریزی	(۱) شیوه اندازه‌گیری (۲) روش نمونه‌گیری (۳) روش کار (۴) شیوه تحلیل داده‌ها
۳	گردآوری و پاکسازی داده‌ها	(۱) گردآوری داده‌ها (۲) سازماندهی داده‌ها (۳) پاکسازی داده‌ها
۴	تحلیل داده‌ها	(۱) مرتب کردن داده‌ها (۲) معیارها (۳) نمودارها (۴) جدول‌ها (۵) ارائه نتایج
۵	بحث و نتیجه‌گیری	(۱) تفسیر نتایج (۲) نتیجه‌گیری (۳) نقد و بررسی (۴) ایده‌های جدید (۵) پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی

۲- حاصل ضرب اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا n را با $n!$ نشان می‌دهیم: $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$

پاسخ خیلی تشریحی

الف) رسم نمودارها در گام چهارم چرخه آمار قرار دارد — پس — نادرسته

$$b = 9! \Rightarrow a = \underbrace{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 8}_{8! = b} \times 9 \Rightarrow a = 9b$$

پس درسته

پ) نمودار هر دنباله از تعدادی نقطه تشکیل شده است — پس — نادرسته

جاهای خالی را با توجه به کلمات داده شده، کامل کنید. (۷۵/۰ نمره)

الف) اگر احتمال رخ دادن A، ۲ برابر احتمال رخ ندادنش باشد، احتمال رخ دادن A برابر با است.

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)$$

ب) برای داده‌های ۸، ۹، ۱۱ و ۷۵، شاخص مرکزی مناسب، است. (میانگین - میانگین)

پ) در پرتاب یک سکه، پیشامد روآمدن و پشت‌آمدن سکه، دو پیشامد هستند. (سازگار - ناسازگار)

راهنمای تصحیح >> الف) $\frac{2}{3}$ (۷۵/۰) (صفحه ۲۲)

ب) میانه (۷۵/۰) (صفحه ۳۵)

پ) ناسازگار (۷۵/۰) (صفحه ۱۷)

درک Box

$$P(A) + P(A') = 1$$

۲) برای داده‌هایی که بینشان داده دورافتاده دارند، شاخص مرکزی مناسب، میانگین و شاخص پراکندگی مناسب، دامنه میان‌چارکی است.

۳) هرگاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند، به طوری که $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت پیشامدهای A و B را ناسازگار می‌گوییم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ الف) $P(A) = 2P(A') \xrightarrow{P(A)+P(A')=1} 2P(A') + P(A') = 1 \Rightarrow 3P(A') = 1 \Rightarrow P(A') = \frac{1}{3}$

$$P(A) = 2P(A') = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

ب) عدد ۷۵، داده دورافتاده حساب می‌شود، پس شاخص مرکزی مناسب برای این چهار داده، میانگین است.

پ) دو پیشامد «روآمدن» و «پشت‌آمدن» اشتراکی ندارند، پس ناسازگارند.

۳

به سؤالات زیر، پاسخ کوتاه دهید. (۷۵/۰ نمره)

الف) اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال وقوعش چه قدر است؟

ب) جمله عمومی دنباله $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$ را بنویسید.

پ) حاصل عبارت $\binom{8}{1} + \binom{5}{5}$ برابر با چه عددی است؟

راهنمای تصحیح >> الف) ۱ (۷۵/۰) (صفحه ۱۹)

ب) $\frac{1}{n}$ (۷۵/۰) (صفحه ۵۳ و ۵۴)

پ) ۹ (۷۵/۰) (صفحه ۹)

درس Box

۱) اگر پیشامد A غیرممکن باشد، احتمال وقوعش صفر است.

اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال وقوعش ۱ است.

$$\binom{n}{1} = n \quad (۲)$$

$$\binom{n}{n} = 1 \quad (۳)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ الف) ۱

$$a_n = \frac{1}{n} \quad (ب)$$

$$\binom{8}{1} + \binom{5}{5} = 8 + 1 = 9 \quad (پ)$$

با ارقام ۰، ۱، ۳، ۴، ۵ و ۷، چند عدد سه رقمی بدون ارقام تکراری می توان نوشت که مضرب ۵ نباشد؟ (۱ نمره)

۴

$$\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{(0/75)} = \underbrace{64}_{(0/25)}$$

(صفحه ۶)

راهنمای تصحیح

عددی بر ۵ بخش پذیر است (یا مضرب ۵ است) که یکانش صفر یا ۵ باشد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓ باید یکان عددی به جز صفر و ۵ باشد، پس ۴ حالت دارد:

$$\frac{4}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} \quad \begin{matrix} 1, 3, 4, 7 \\ \uparrow \\ 4 \end{matrix}$$

صدگان به جز صفر و رقمی که در یکان استفاده شد، ۴ حالت دارد:

$$\frac{4}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} \quad \begin{matrix} \text{به جز صفر و یکان} \\ \uparrow \\ 4 \end{matrix}$$

برای دهگان هر رقمی به جز ارقامی که در یکان و صدگان استفاده شد، ۴ حالت می ماند:

$$\frac{4}{\text{یکان}} \times \frac{4}{\text{دهگان}} \times \frac{4}{\text{صدگان}} = 64$$

با حروف کلمه «false» چند کلمه پنج حرفی بدون حروف تکراری می‌توان نوشت که با حرف s شروع شود و

حرف آخرش f نباشد؟ (۱/۵ نمره)

۵

$$\underbrace{1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3}_{(1/25)} = 18 \quad \text{یا} \quad \underbrace{1 \times 3 \times 3!}_{(1/5)} = 18$$

راهنمای تصحیح >> (صفحه ۵ و ۶)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ حرف اول باید s باشد، پس ۱ حالت دارد:

$$\begin{array}{c} s \\ \uparrow \\ \frac{1}{\text{اول}} \times \frac{\quad}{\text{دوم}} \times \frac{\quad}{\text{سوم}} \times \frac{\quad}{\text{چهارم}} \times \frac{\quad}{\text{پنجم}} \end{array}$$

حرف آخر f و s نیست، پس سه حالت دارد:

$$\begin{array}{c} a, l, e \\ \uparrow \\ \frac{1}{\text{اول}} \times \frac{\quad}{\text{دوم}} \times \frac{\quad}{\text{سوم}} \times \frac{\quad}{\text{چهارم}} \times \frac{3}{\text{پنجم}} \end{array}$$

۳ حرف باقی مانده است. ۳ جای خالی به ترتیب ۳، ۲ و ۱ حالت دارند:

$$\frac{1}{\text{اول}} \times \frac{3}{\text{دوم}} \times \frac{2}{\text{سوم}} \times \frac{1}{\text{چهارم}} \times \frac{3}{\text{پنجم}} = 18$$

مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد که ۲ عضو آن فرد و ۳ عضو آن زوج باشد؟ (۵/۱ نمره)

۶

راهنمای تصحیح (صفحه ۱۱)

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{3} = \underbrace{10}_{(0/25)} \times \underbrace{4}_{(0/25)} = \underbrace{40}_{(0/25)}$$

$$1) \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$2) \binom{n}{n-1} = n$$

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓ تعداد اعضای فرد و زوج مجموعه داده شده را مشخص می کنیم:

$\underbrace{1, 3, 5, 7, 9}_{5 \text{ تا فرد}}$

$\underbrace{2, 4, 6, 8}_{4 \text{ تا زوج}}$

باید ۲ عضو از ۵ عضو فرد و ۳ عضو از ۴ عضو زوج انتخاب کنیم:

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{3} = \frac{5 \times 4}{2} \times 4 = 10 \times 4 = 40$$

در پرتاب یک تاس، پیشامدهای زیر را بنویسید. (۱ نمره)

- الف) عدد روشده عددی اول باشد.
ب) عدد روشده، مضرب ۳ یا زوج باشد.

الف) $\{۲, ۳, ۵\}$ (۰/۵)

ب) $\{۲, ۳, ۴, ۶\}$ (۰/۵)

$$A = \{۲, ۳, ۵\}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ الف) از بین اعداد ۱ تا ۶، سه عدد ۲، ۳ و ۵ اول اند، پس:

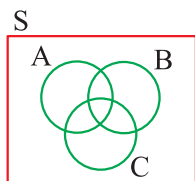
ب) از بین ارقام ۱ تا ۶، اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ و اعداد ۲، ۴ و ۶ زوج هستند که اجتماعشان به صورت مقابل است:

$$B = \{۲, ۳, ۴, ۶\}$$

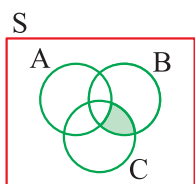
راهنمای تصحیح << (صفحه ۱۵)

پیشامد «دو پیشامد B و C رخ دهد ولی A رخ ندهد» را به زبان ریاضی نوشته و سپس آن را روی نمودار ون

زیر نشان دهید. (۱/۵ نمره)



راهنمای تصحیح >> رنگ کردن درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۶)



رسم نمودار ون (بدون در نظر گرفتن رنگها) (۰/۲۵) $(B \cap C) - A$ (۰/۲۵)

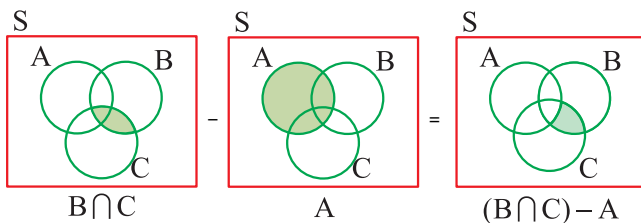
اعمال روی پیشامدها

درس Box

نمودار ون	توضیح	نماد ریاضی
	A رخ ندهد	A'
	A یا B رخ دهد (حداقل یکی)	$A \cup B$
	A و B رخ دهند (هر دو)	$A \cap B$
	A رخ دهد ولی B رخ ندهد (فقط A رخ دهد.)	$A - B$
	دقیقاً یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.	$(A - B) \cup (B - A)$ $(A \cup B) - (A \cap B)$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ پیشامد هر دو پیشامد B و C رخ دهد ولی A رخ ندهد را به زبان ریاضی می‌نویسیم: $(B \cap C) - A$

روی نمودار ون نشان می‌دهیم:



می‌خواهیم از بین ۴ دانش‌آموز یازدهم و ۷ دانش‌آموز دوازدهم، یک تیم ۶ نفره انتخاب کنیم. احتمال آن‌که

حداقل ۴ نفر از اعضای تیم از پایه دوازدهم باشند را به دست آورید. (۲/۲۵ نمره)

$$n(S) = \binom{11}{6} = \frac{11!}{6!5!} = 462$$

راهنمای تصحیح (صفحه ۲۳ و ۲۴)

$$\binom{7}{4} \binom{4}{2} + \binom{7}{5} \binom{4}{1} + \binom{7}{6} \binom{4}{0} = 35 + 28 + 7 = 70$$

$$P(A) = \frac{70}{462} = \frac{5}{33}$$

$$n(S) = \binom{11}{6} = \frac{11!}{5!6!} =$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ باید ۶ نفر از بین ۱۱ نفر انتخاب کنیم:

$$\frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 11 \times 6 \times 7$$

باید «۴ دوازدهمی و ۲ یازدهمی» یا «۵ دوازدهمی و ۱ یازدهمی» یا «۶ دوازدهمی» انتخاب کنیم:

$$\binom{7}{4} \binom{4}{2} + \binom{7}{5} \binom{4}{1} + \binom{7}{6} \binom{4}{0} = \frac{7!}{4!3!} \times \frac{4!}{2!2!} + \frac{7!}{5!2!} \times \frac{4!}{1!3!} + \frac{7!}{6!1!} \times \frac{4!}{0!4!} =$$

$$(35 \times 6) + (21 \times 4) + 7 = 210 + 84 + 7 = 301$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{301}{11 \times 6 \times 7} = \frac{43}{66}$$

پس:

۱۰ در خانواده‌ای با ۴ فرزند، احتمال آن که حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را به دست آورید. (۱ نمره)

$$n(S) = 2^4 = 16 \quad (0/25)$$

راهنمای تصحیح >> (صفحه ۲۲)

$$A' = \{(پ, پ, پ, پ)\} \Rightarrow n(A') = 1 \quad (0/25)$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \quad (0/5)$$

احتمال پیشامد متمم:

کسب Box

وقتی شمردن اعضای پیشامد A سخت است ولی شمردن اعضای پیشامد متمم یعنی A' ساده است، ابتدا احتمال وقوع پیشامد A' را حساب می‌کنیم $(P(A') = \frac{n(A')}{n(S)})$ و بعد با رابطه $P(A) = 1 - P(A')$ ، احتمال وقوع A را حساب می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ تعداد اعضای فضای نمونه در خانواده‌ای با ۴ فرزند برابر است با:

$$n(S) = \frac{2}{\text{فرزند اول}} \times \frac{2}{\text{فرزند دوم}} \times \frac{2}{\text{فرزند سوم}} \times \frac{2}{\text{فرزند چهارم}} = 16$$

متمم پیشامد «حداقل یکی از فرزندان دختر باشد» پیشامد «همه فرزندان پسر باشند» است.

$$A' = \{(پ, پ, پ, پ)\} \Rightarrow n(A') = 1$$

پیشامد A' فقط یک عضو دارد:

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{1}{16}$$

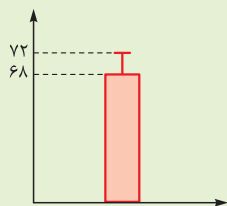
احتمال وقوع A' برابر است با:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

بنابراین:

نمودار مقابل مربوط به وزن دانش‌آموزان یک دبیرستان است. با توجه به آن، میانگین و انحراف معیار وزن آن‌ها

را به دست آورید. (۵/۵ نمره)



$$\bar{X} = 68 \quad (0/25)$$

$$\sigma = 4 \quad (0/25)$$

(صفحه ۳۵)

راهنمای تصحیح >>

نمودار میانگین - انحراف معیار:

درس Box

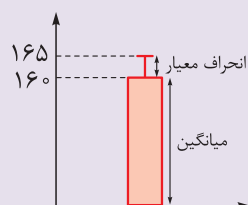
۱	برای چه داده‌هایی استفاده می‌شود؟	برای داده‌هایی که بینشان داده دورافتاده نداریم.
۲	جزئیات روی نمودار	• ارتفاع مستطیل = میانگین داده‌ها • طول میله خطا = انحراف معیار داده‌ها

پاسخ خیلی تشریحی ✓ ارتفاع مستطیل همان میانگین است: $\bar{X} = 68$

طول میله برابر با انحراف معیار است: $\sigma = 72 - 68 = 4$

نمودار مقابل مربوط به قد دانش‌آموزان یک دبیرستان است. با توجه به نمودار، میانگین و انحراف معیار را مشخص

کنید. (۵/۵ نمره)



$$\bar{X} = 160 \quad (0/25), \quad \sigma = 165 - 160 = 5 \quad (0/25)$$

پاسخ:

یا

میانگین = ۱۶۰

انحراف معیار = ۵ (صفحه ۳۵)

نهایی

۱۲ با توجه به دنباله‌های $a_n = 2^n$ ، $b_n = n^2 + 1$ و $c_n = \frac{n-1}{3}$ ، حاصل عبارت $a_2 - b_1 + c_4$ را به دست آورید.

(۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} a_2 = 2^2 = 4 \text{ (۰/۲۵)} \\ b_1 = 1^2 + 1 = 2 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow a_2 - b_1 + c_4 = \underbrace{4 - 2 + 1}_{(۰/۵)} = 3 \\ c_4 = \frac{4-1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$$

راهنمای تصحیح « (صفحه ۵۸)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$a_n = 2^n \xrightarrow{n=2} a_2 = 2^2 = 4$$

$$b_n = n^2 + 1 \xrightarrow{n=1} b_1 = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$c_n = \frac{n-1}{3} \xrightarrow{n=4} c_4 = \frac{4-1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$a_2 - b_1 + c_4 = 4 - 2 + 1 = 3$$

خواسته سؤال برابر است با:

جمله چندم دنباله $a_n = 1 + \frac{2}{n}$ برابر با $1/1$ است؟ (۷۵/نمره)

۱۳

راهنمای تصحیح >> (صفحه ۵۳)

$$1 + \frac{2}{n} = 1/1 \Rightarrow \frac{2}{n} = \frac{1}{1} \Rightarrow n = 2$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ باید جمله عمومی را مساوی با $1/1$ قرار دهیم:

$$a_n = 1/1 \rightarrow 1 + \frac{2}{n} = 1/1 \rightarrow \frac{2}{n} = 1/1 - 1 \rightarrow \frac{2}{n} = 0/1 \rightarrow \frac{2}{n} = \frac{1}{1} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} n = 2$$

جمله بیستم

۱۴ جملات هفتم و دهم دنباله $a_n = \begin{cases} 2n-1 & n \text{ فرد} \\ n^2+1 & n \text{ زوج} \end{cases}$ را به دست آورید. (۱ نمره)

$a_7 = 2(7) - 1 = 13$ (۰ / ۵)

راهنمای تصحیح >> (صفحه ۵۹)

$a_{10} = 10^2 + 1 = 101$ (۰ / ۵)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ * برای جمله هفتم از ضابطه بالا که مربوط به n های فرد است، خروجی می گیریم:

فرد $n : a_n = 2n - 1 \xrightarrow{n=7} a_7 = 14 - 1 = 13$

* برای جمله دهم از ضابطه پایین که مربوط به n های زوج است، خروجی می گیریم:

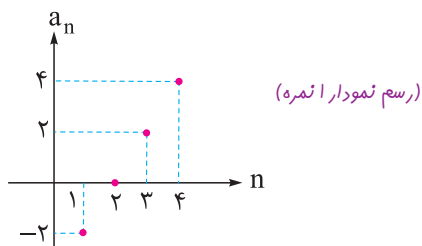
زوج $n : a_n = n^2 + 1 \xrightarrow{n=10} a_{10} = 100 + 1 = 101$

۱۵ نمودار دنباله $a_n = 2n - 4$ را برای $n \leq 4$ رسم کنید. (۲ نمره)

راهنمای تصحیح

(صفحه ۵۵)

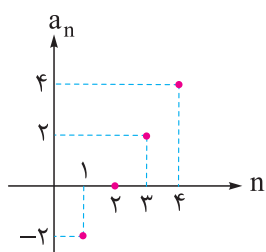
(۱) $a_1 = -2$, $a_2 = 0$, $a_3 = 2$, $a_4 = 4$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ چهار جمله اول دنباله $a_n = 2n - 4$ را حساب می کنیم:

$$a_1 = \underbrace{2(1)}_2 - 4 = -2 \quad a_2 = \underbrace{2(2)}_4 - 4 = 0 \quad a_3 = \underbrace{2(3)}_6 - 4 = 2 \quad a_4 = \underbrace{2(4)}_8 - 4 = 4$$

نمودار را برای ۴ جمله اول می کشیم:



جملات دوم، سوم و چهارم دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = 2a_n + n$ با شرط $a_1 = 3$ را بنویسید. (۷۵/نمره)

راهنمای تصحیح >>

(صفحه ۵۲ و ۵۳)

$$\underbrace{a_2 = 7}_{(۰/۲۵)}, \quad \underbrace{a_3 = 16}_{(۰/۲۵)}, \quad \underbrace{a_4 = 35}_{(۰/۲۵)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ در رابطه بازگشتی $a_{n+1} = 2a_n + n$ ، جای n اعداد ۱، ۲ و ۳ را قرار می‌دهیم:

$$n=1 \rightarrow a_2 = 2a_1 + 1 = \underbrace{2(3)}_6 + 1 = 7$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = \underbrace{2(7)}_{14} + 2 = 16$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = 2a_3 + 3 = \underbrace{2(16)}_{32} + 3 = 35$$

۱۷ در دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n + 4 & n \text{ فرد} \\ \frac{a_n}{2} & n \text{ زوج} \end{cases}$ اگر $a_1 = 6$ باشد، جملات دوم، سوم و چهارم را

بنویسید. (۷۵/۰ نمره)

$a_2 = 16$, $a_3 = 8$, $a_4 = 20$
(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

راهنمای تصحیح << (صفحه ۵۹)

$n = 1 \xrightarrow{\text{چون } 1 \text{ عددی فرد، می‌رویم سراغ ضابطه بالا}} a_{n+1} = 2a_n + 4 \xrightarrow{n=1} a_2 = 2a_1 + 4 = 12 + 4 = 16$

$n = 2 \xrightarrow{\text{چون } 2 \text{ عددی زوج، می‌رویم سراغ ضابطه پایین}} a_{n+1} = \frac{a_n}{2} \xrightarrow{n=2} a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{16}{2} = 8$

$n = 3 \xrightarrow{\text{چون } 3 \text{ عددی فرد، می‌رویم سراغ ضابطه بالا}} a_{n+1} = 2a_n + 4 \xrightarrow{n=3} a_4 = 2a_3 + 4 = 16 + 4 = 20$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مرحله ۳: آزمون نوبت اول | پایه دوازدهم ادبیات و علوم انسانی

۱۸ اعداد $x+2$ ، $x+1$ و $5x-9$ ، به ترتیب سه جمله متوالی دنباله فیبوناچی اند. مقدار x را به دست آورید. (۱ نمره)

$$\underbrace{(x+2) + (x+1)}_{(0/75)} = 5x-9 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow \underbrace{x}_{(0/25)} = 6$$

راهنمای تصحیح << (صفحه ۵۶)

رابطه بازگشتی دنباله فیبوناچی به صورت $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ با شرط $a_1 = a_2 = 1$ است؛ یعنی هر جمله آن از مجموع دو جمله قبلی‌اش به دست می‌آید.

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓ مجموع دو جمله $x+2$ و $x+1$ باید با جمله بعدی‌شان یعنی $5x-9$ برابر باشد:

$$(x+2) + (x+1) = 5x-9 \Rightarrow 3x+3 = 5x-9 \Rightarrow 3+9 = 5x-3x \Rightarrow 12 = 2x \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$